Génie mécanique

Cours No 8.1
Fatigue- Etude de cas

V.Michaud
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

EPFL

Table des matières

- Fin du cours sur la fatigue: déformation, prédiction des durées de vie.
- Rappels et compléments sur les propriétés mécaniques de base
- Etude de cas de dimensionnement et choix des matériaux pour un réservoir sous pression

Objectifs du cours

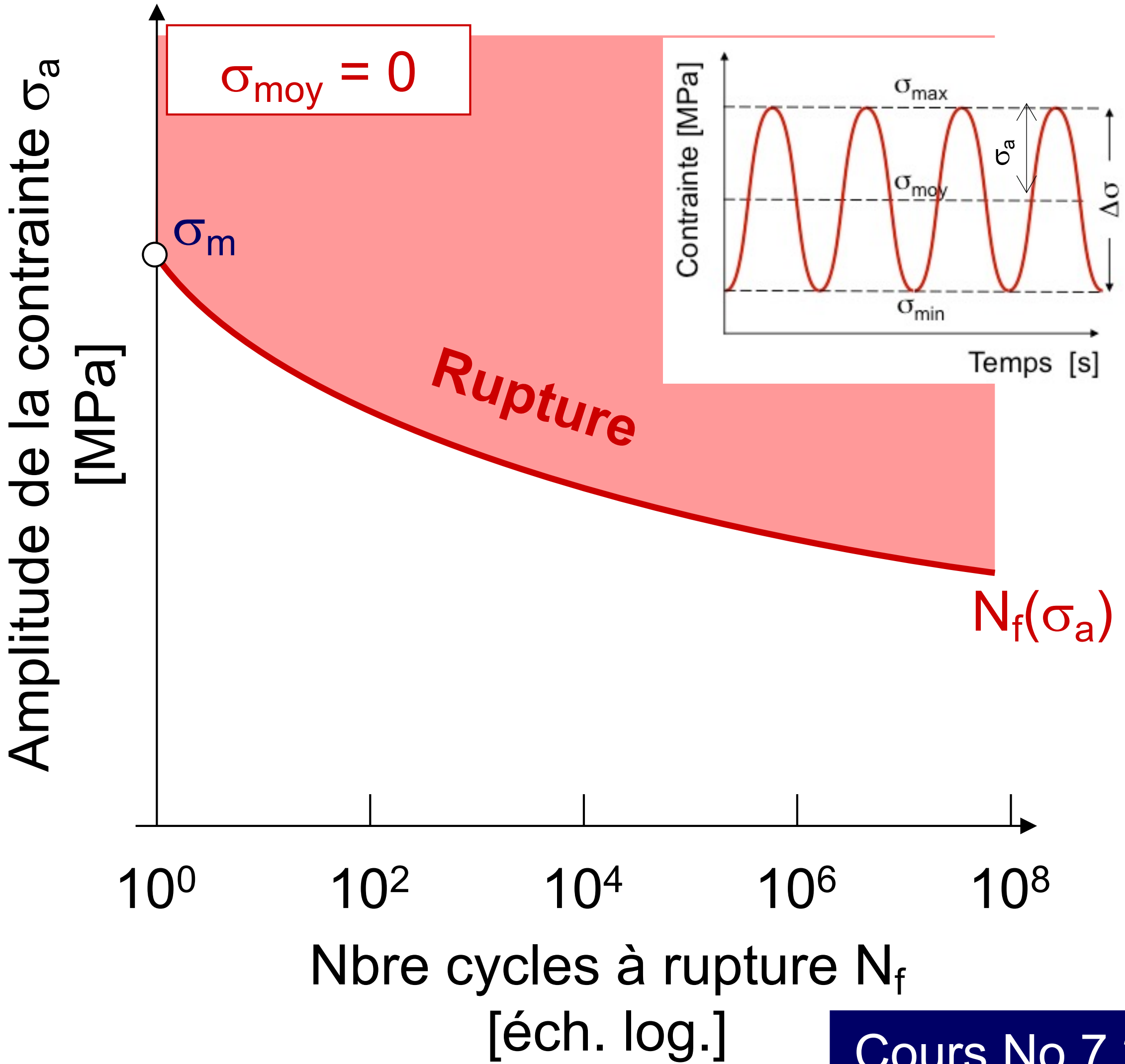
- Consolider les connaissances acquises en mécanique des matériaux et montrer une application pratique avec une étude de cas.

Rappel Fatigue

La résistance à la fatigue dépend de la **contrainte moyenne**, σ_{moy}, de l'**amplitude** σ_a et du **nombre de cycles**. On peut construire une **courbe (dite de Wöhler)** si on note après combien de cycle le matériau va rompre, pour une amplitude de contrainte donnée.

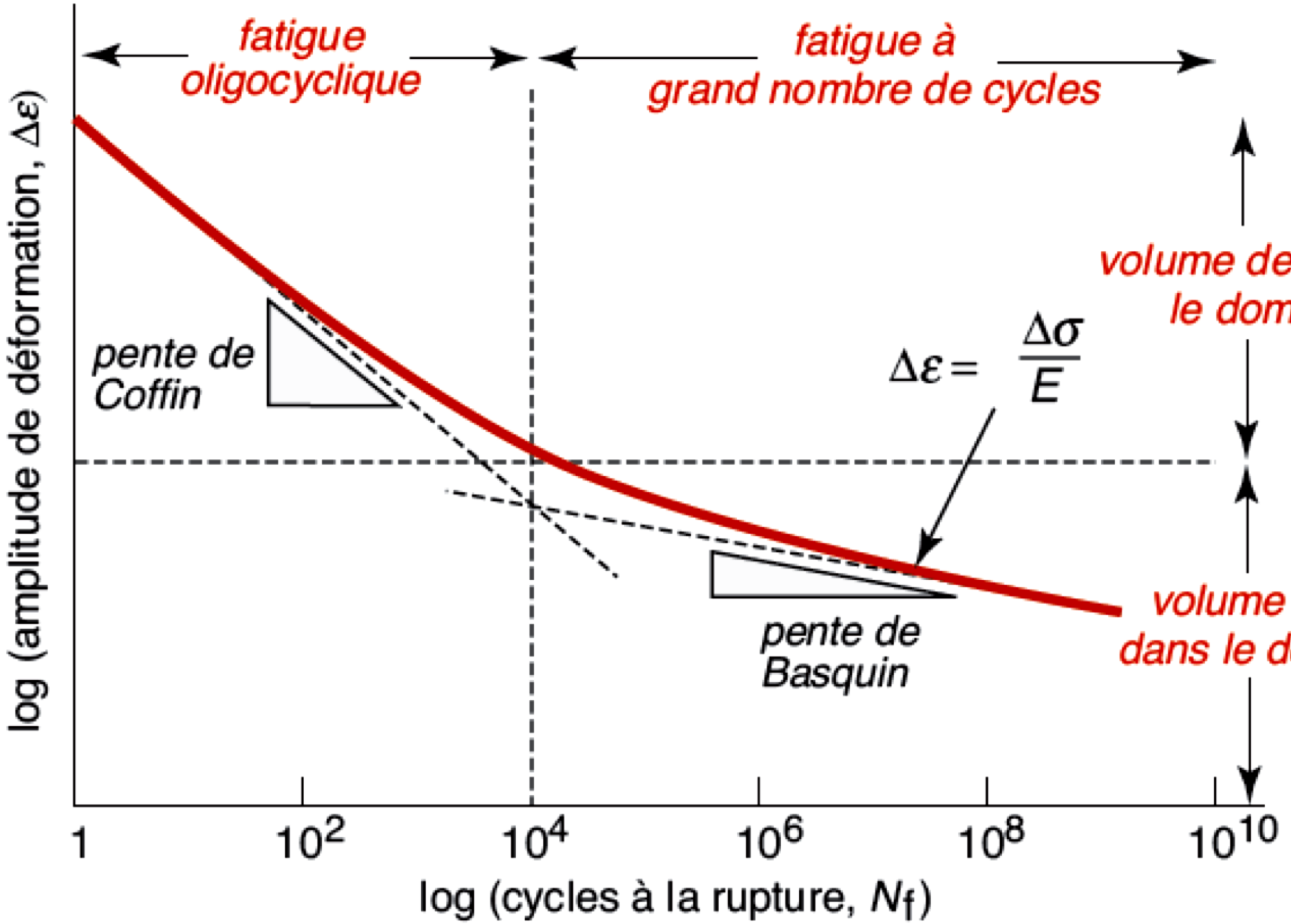
- Lorsque la contrainte max dépasse σ_Y, il y a **endommagement rapide** et le matériau supporte peu de cycles (**"low-cycle" fatigue,** ou **fatigue oligocyclique**).

- Lorsque la contrainte max est inférieure à σ_Y, le matériau peut supporter un grand nombre de cycles (**"high-cycle" fatigue**).



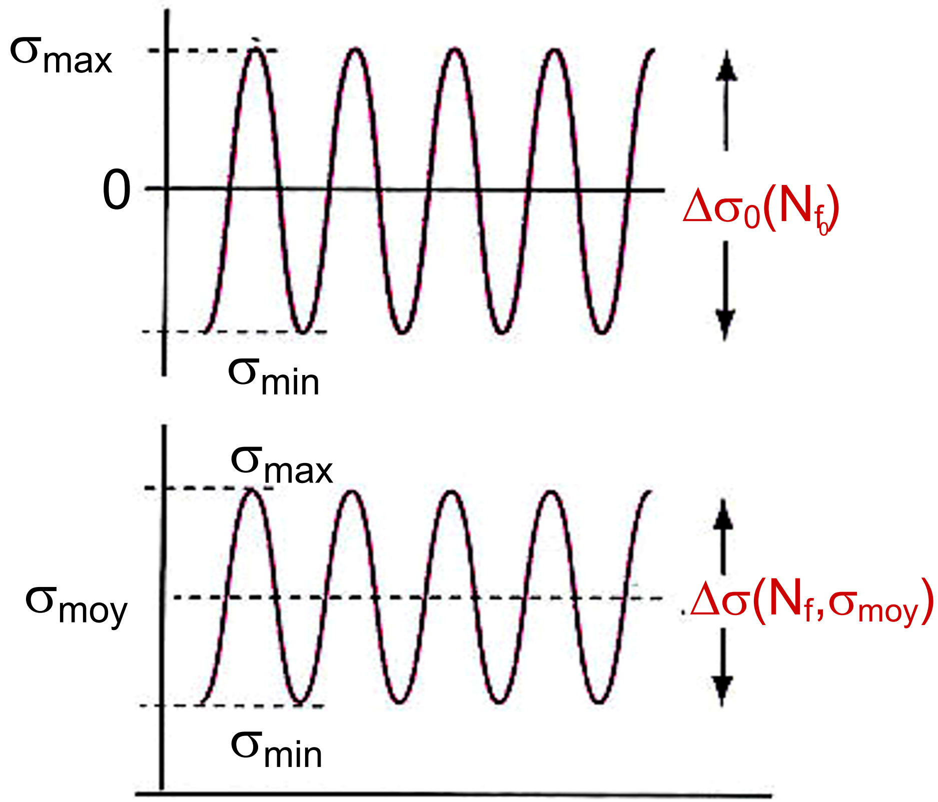
Déformation lors de la Fatigue

Dans le régime de la fatigue usuelle ($\sigma_{max} < \sigma_Y$), l'échelle de la contrainte appliquée peut être facilement convertie en déformation. Pour la fatigue oligocyclique ($\sigma_{max} > \sigma_Y$), ceci n'est plus aussi simple.



Fatigue avec contrainte moyenne non nulle

Comment adapter la courbe de Wöhler au cas où $\Delta\sigma$ n'est pas appliquée autour de $\sigma_{moy} = 0$? On a recours à des lois empiriques.



La loi de Goodman relie l'amplitude pour une contrainte moyenne non nulle qui correspond à un nombre de cycles à rupture N_f, avec l'amplitude pour une contraine moyenne nulle, qui donne le même nombre de cycles à rupture N_f

$$\sigma_a(N_f, \sigma_{moy}) = \sigma_a(N_f, 0)\left(1 - \frac{\sigma_{moy}}{\sigma_m}\right)$$

Avec σ_m= contrainte à rupture en traction statique du matériau.

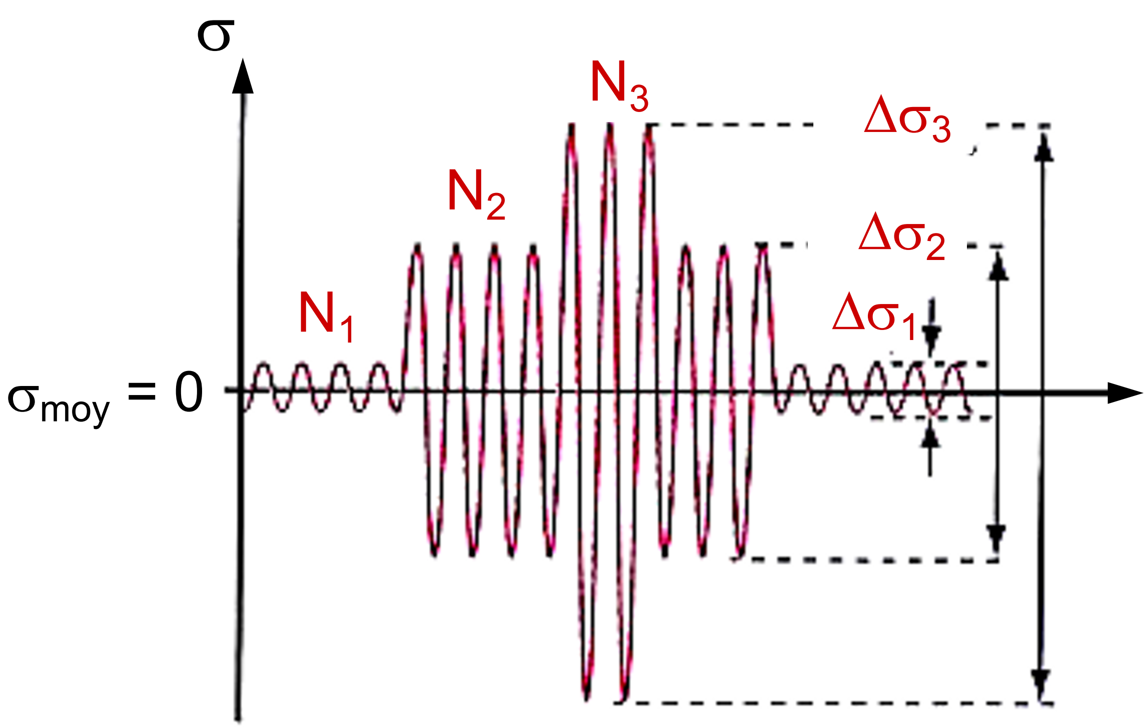
Fatigue avec variation de la contrainte

Comment adapter la courbe de Wöhler au cas où les cycles ne sont pas uniformes ? On a recours à des lois empiriques.

Règle de Miner

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{N_i}{N_{f,i}} = 1$$

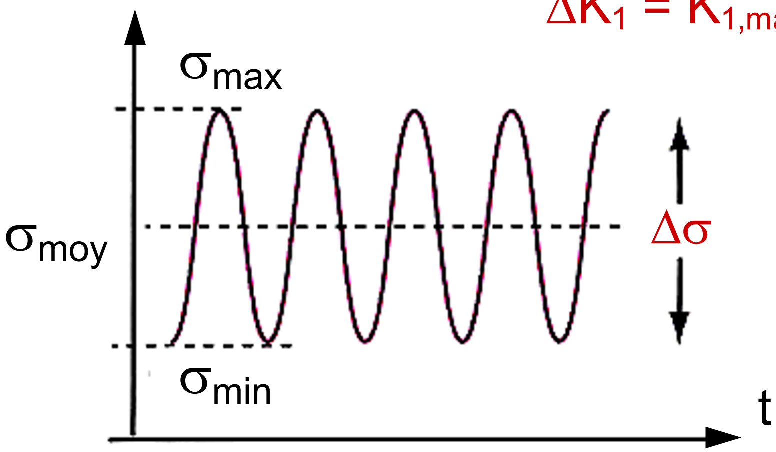
Avec N_i le nombre de cycles faits avec l'amplitude $\Delta\sigma_i/2$, et $Nf_{,i}$ le nombre de cycles à rupture pour cette même amplitude.

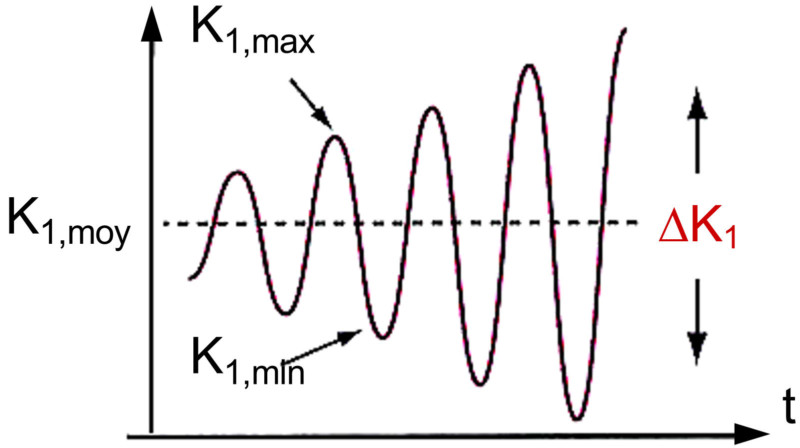


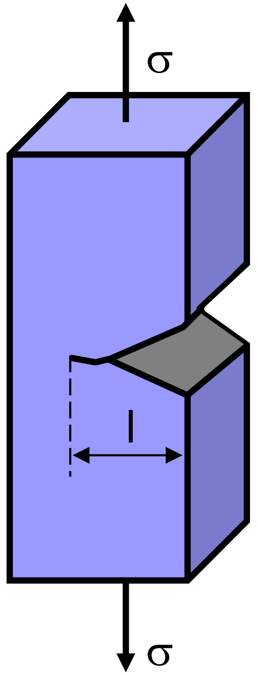
Fatigue de matériau fissuré

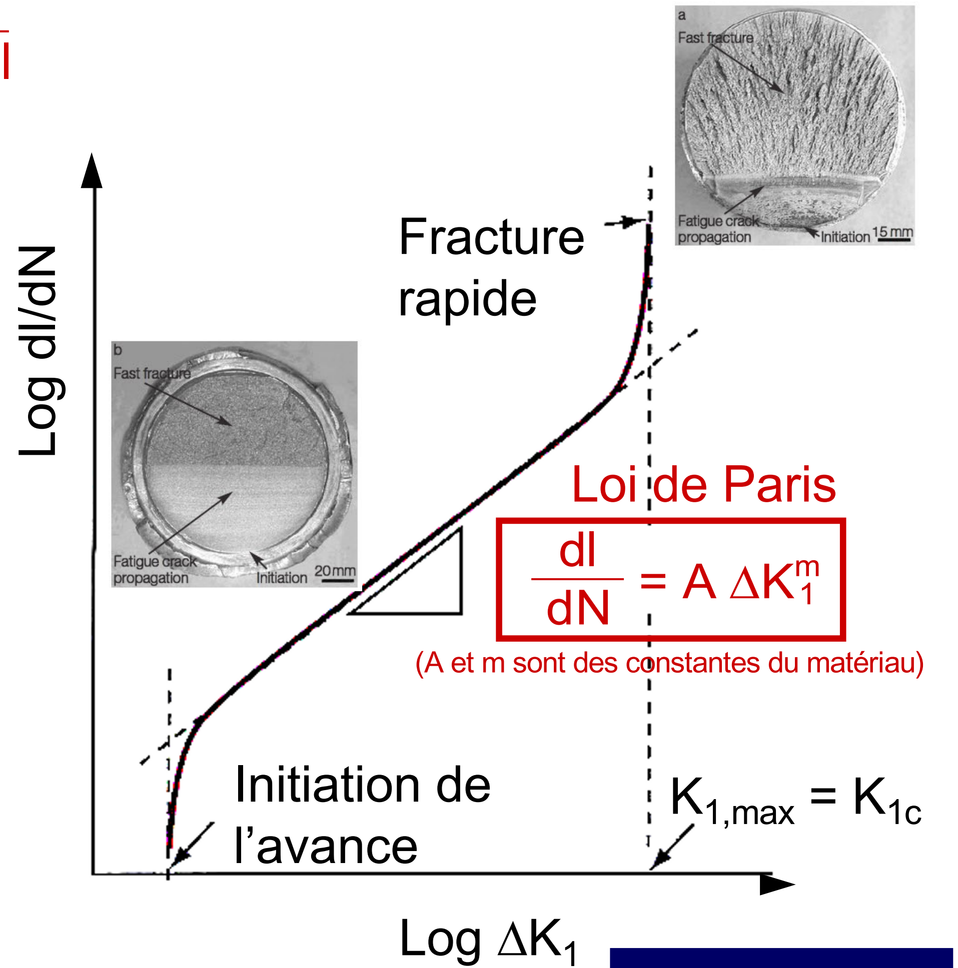
Que se passe-t-il si l'échantillon contient déjà des fissures? Avec $\Delta\sigma$ appliqué constant, **le facteur d'intensité de contrainte ΔK_1 augmente** avec l'avance de la fissure de longueur l. Jusqu'à ce que K_1 approche K_{1c}, où l'échantillon finit par se casser au cycle suivant.

$$\Delta K_1 = K_{1,max} - K_{1,min} = \Delta\sigma\sqrt{\pi l}$$









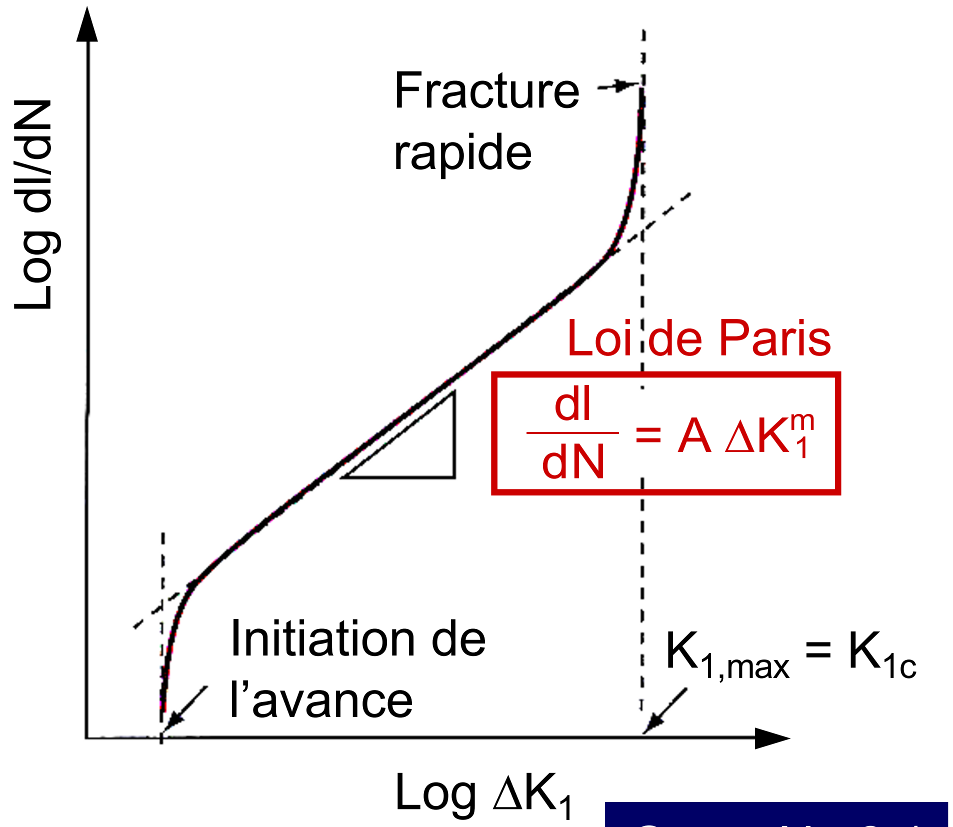
Fatigue de matériau fissuré

Dans ce cas, il faut limiter la contrainte pour rester avec ΔK le plus petit possible, en dessous de la valeur d'initiation de l'avance, et donc contrôler la présence de fissures. On peut aussi calculer le nombre de cycles qu'il reste avant qu'une fissure de longueur l ne devienne dangereuse:

$$\frac{dl}{dN} = A\,(\Delta\sigma\,\sqrt{\pi l}\,)^m$$

$$N_f = \frac{1}{A(\Delta\sigma)^m \pi^{m/2}(1-m/2)}\left[(l_c)^{1-m/2} - (l_i)^{1-m/2}\right]$$

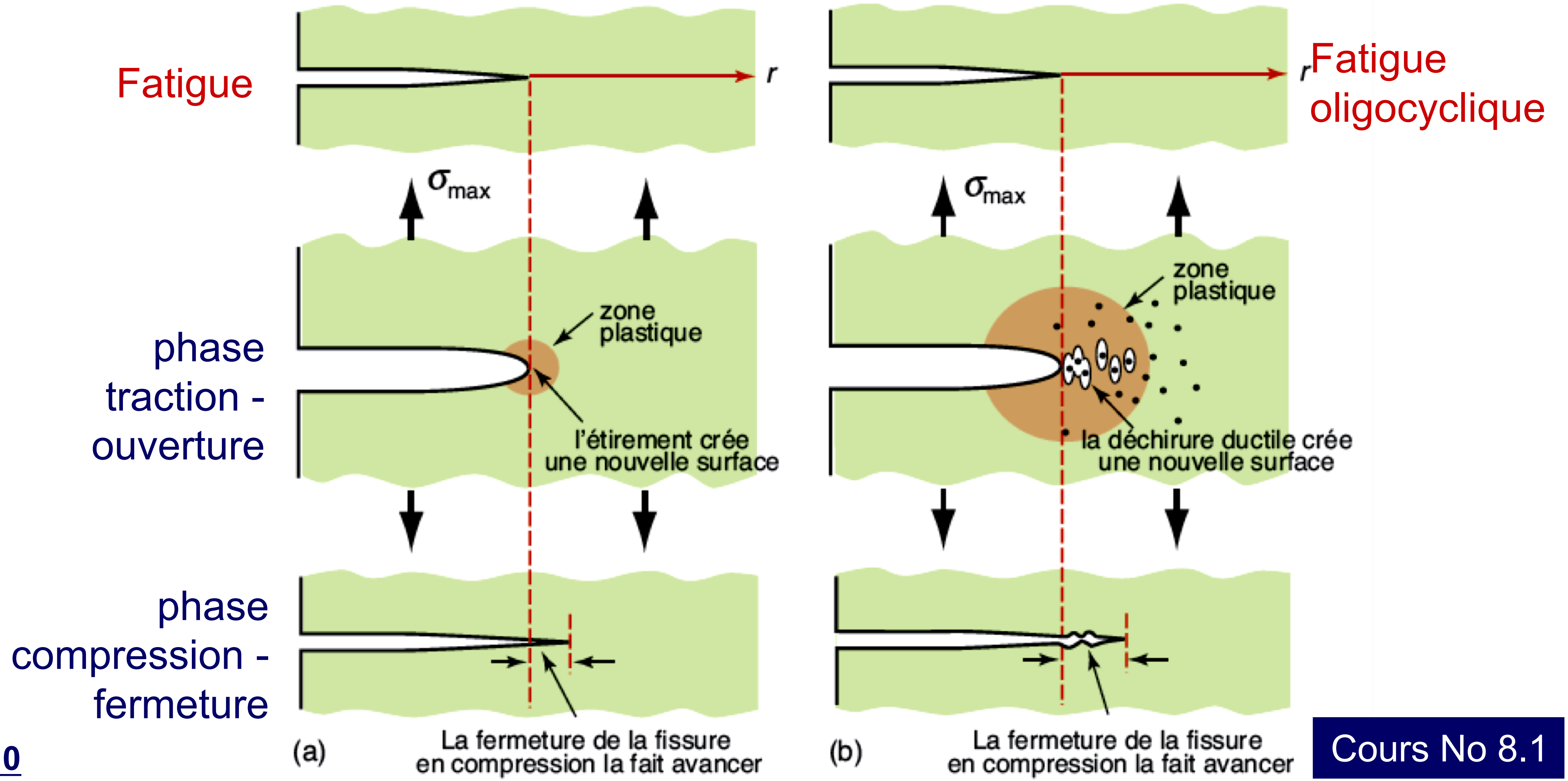
Avec l_i la longueur initiale de fissure, et l_c la longueur critique calculée à partir de K_{1c}



Fatigue des matériaux ductiles

Si l'endurance σ_e est assez bien corrélée avec σ_m, elle l'est moins avec σ_Y. Elle a tendance à diminuer lorsque σ_Y augmente.

Mécanismes de propagation d'une fissure en fatigue

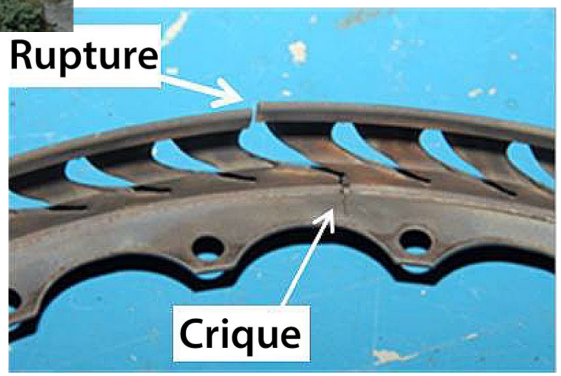


Exemples de cas de fatigue

De nombreuses pièces sont soumises à de la fatigue, pouvant mener à leur rupture. Parfois indirectement, par chauffage (**fatigue thermique**).

Rupture d'une pièce du moteur d'hélicoptère entrainant un atterrissage d'urgence

Fissure de fatigue thermique dans une soudure

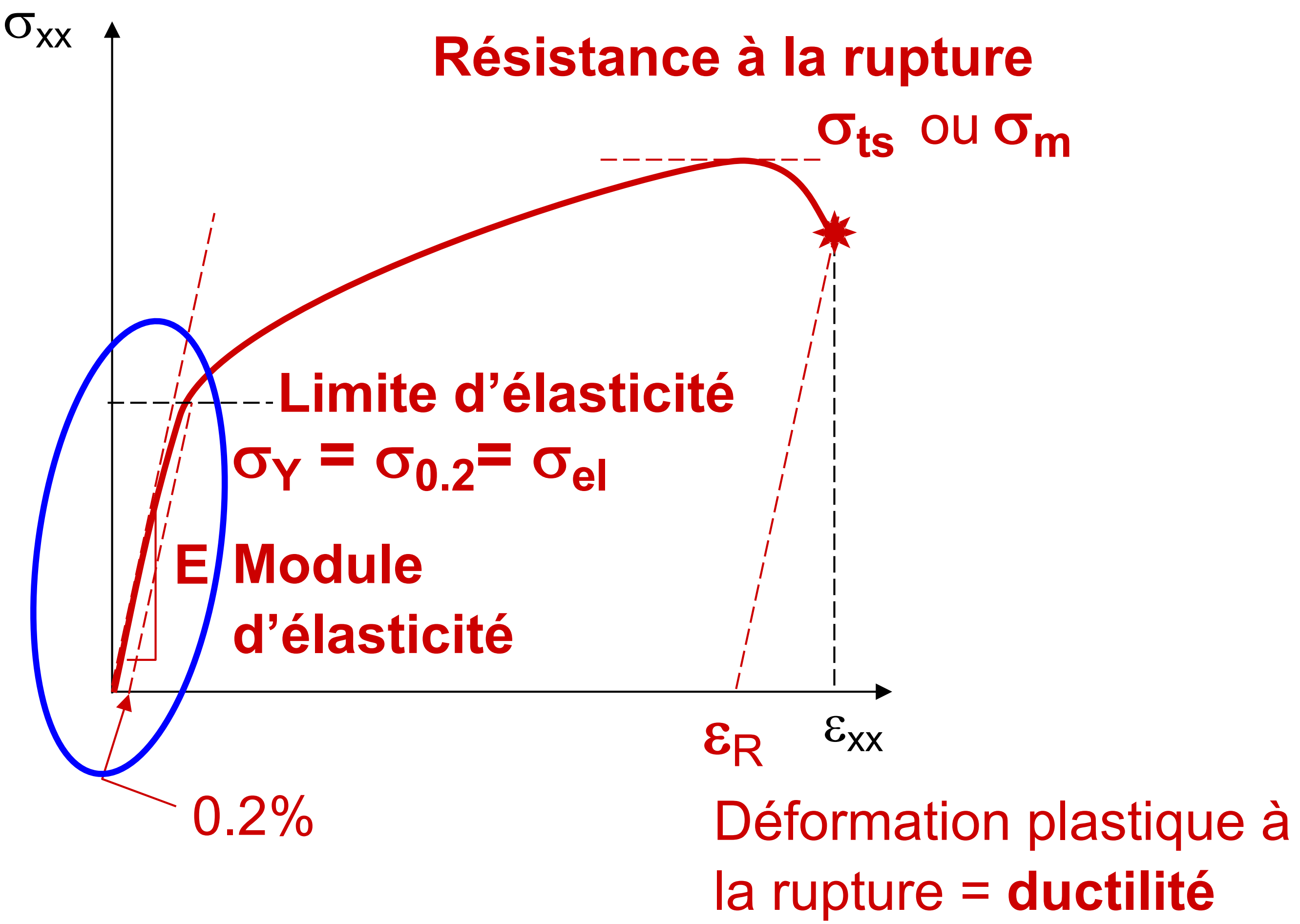


https://www.bst-tsb.gc.ca/fra/rapports-reports/aviation/2013/A13P0163/A13P0163.html

Cours No 8.1

Rappel: Comportement en statique

Pour un matériau (exemple du métal) typique, pour un cas où la pièce est sous contrainte statique:



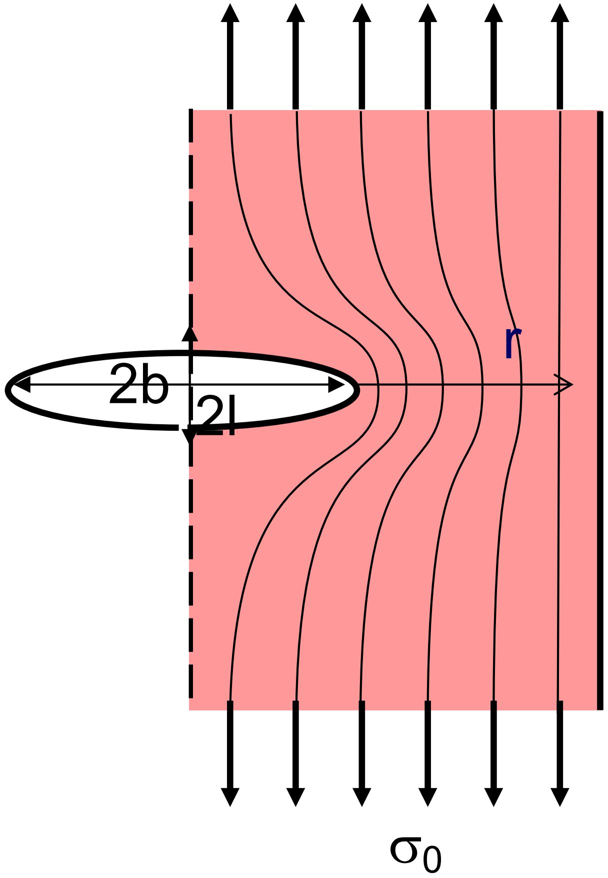
On cherche à rester sous la limite d'élasticité, sauf si on est prêt à autoriser une déformation irréversible

Synthèse des propriétés mécaniques

	Paramètres	Relations	Origines
Rigidité (module d'Young)	E	$\sigma_{xx} = E.\ \varepsilon_{xx}$	Mét. et Cér.: liaisons entre les atomes Polym: Liaisons entre les chaines
Limite d'Elasticité	σ_y	Convention: Mét. et Cér: $e_y = 0.2\%$ Polym: $e_y = 0.5\%$	Mét. et Cér.: début du mouvement des dislocations Polym: début du glissement des chaines
Dureté	H_v, H_B	H_v (MPa)≈ $3.\sigma_y$	Mét. Pol..:déformation plastique Cér.: fissuration
Ecrouissage	n	$n = d\sigma/d\varepsilon$ au-delà de σ_y	Mét. et Cér.: renforcement par création de dislocations pendant la déformation Polym.: pas d'écrouissage
Résistance	σ_m	Contrainte maximale avant rupture	Mét.: Striction puis rupture Cér.: rupture fragile - fissures Polym.: striction, microfissures
Ductilité	ε_R	Déformation résiduelle juste avant la rupture $\varepsilon_R = \varepsilon_{tot} - \sigma/E$	Mét.: mouvement des dislocations (10%) Cér.: cassent avant de se déformer plastiquement Polym.: Elongation des chaînes et mcrofissures (50-100%)
Ténacité	K_{1c}	$K_{1c} = (2\gamma + G_{pl}{}^c)^{1/2}$	Mét. Pol. : G_{pl} domine Cér. : faible ténacité, G_{pl} négligeable

Rappel: Matériau avec des entailles pointues

Si la pièce comporte des fissures ou des entailles pointues de longueur l alors localement près du trou, on a:



Facteur d'intensité de contraintes défini comme:

$$\boxed{K_1 = \sigma_0 \sqrt{\pi l} \quad [\mathrm{Pa\ m}^{1/2}]}$$

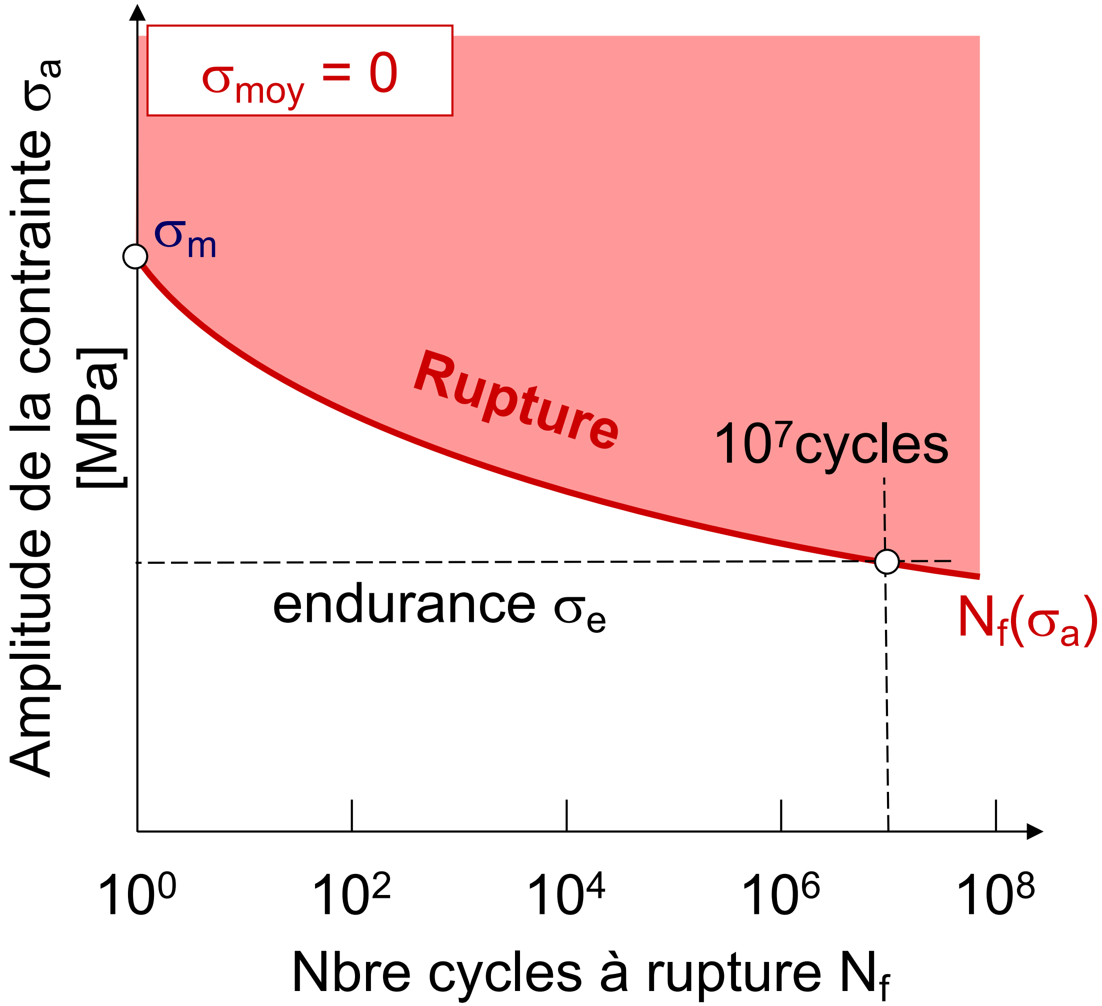
$$\sigma(r) \approx \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}}$$

Où r est la distance depuis la pointe de fissure dans le matériau

On cherche à limiter la taille de la fissure ou la contrainte pour que K_1 reste sous K_{1c}, **ténacité à la rupture.**

Rappel: Comportement en dynamique

Si la sollicitation n'est pas continue mais est cyclique, alors on peut avoir rupture avant σ_m.



Courbe de Wohler, dans le cas de matériau avec un état de surface initial « normal ». Si on a des fissures de longueur l,

$$\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{\pi l} = 2\sigma_a\sqrt{\pi l}$$

Dans certains cas, les fissures se propagent (au dessus d'une valeur de ΔK critique) et propagent avec une vitesse donnée par:

$$\frac{dl}{dN} = A\,\Delta K^m$$

Avec A et m des constantes du matériau

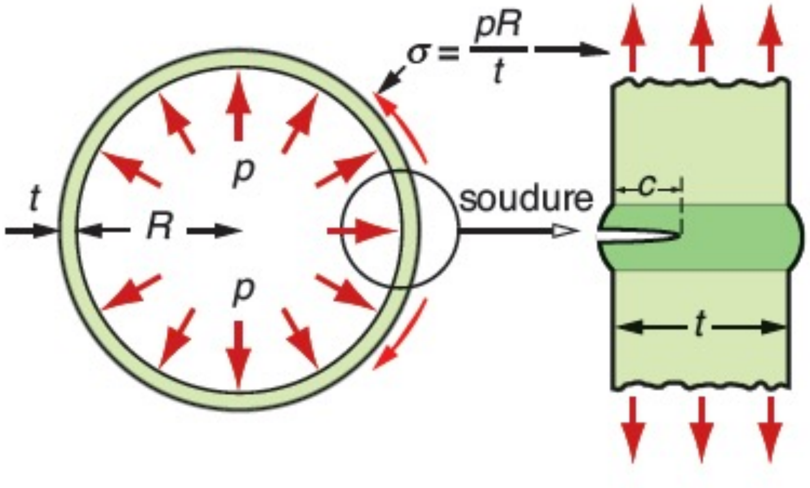
Etude de cas : réservoir sous pression

On veut réaliser un réservoir qui doit contenir du gas sous pression, qui est rempli et vidé régulièrement. Quel matériau choisir pour cela, quelle épaisseur de paroi? Le diamètre est donné, D=1.68m, et la pression maximale est P=14 bars= 1.4 MPa

Stratégie:
-Résiste à la pression en statique
-Résiste à la présence de fissures d'une taille que l'on peut détecter
-Résiste à la fatigue

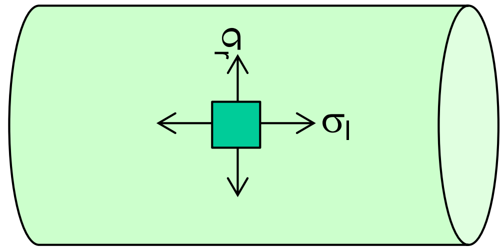
Etude de cas : réservoir sous pression

Cylindre de rayon R, épaisseur t<<R, pression p



Contrainte de traction dans la paroi:

$$\sigma_r = \frac{pR}{t}$$



Contrainte de traction longitudinale dans la paroi:
(moins critique)

$$\sigma_l = \frac{1}{2}\frac{pR}{t}$$

Etude de cas : réservoir sous pression

Cylindre de rayon R, épaisseur t<<R, pression p

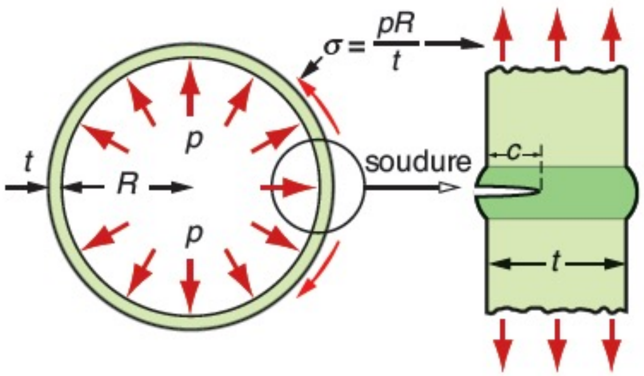
Contrainte de traction dans la paroi: $\sigma_r = \dfrac{pR}{t}$

Critères:

1) contrainte inférieure à la limite d'élasticité ($\sigma_r < \sigma_y$) donc $t > pR/\sigma_y$ -> σ_y assez grand.

2) Si fissure présente de longueur l_i, mieux vaut qu'elle ne se propage pas -> K_{1c} pas trop petit non plus:

$$\sigma_r \sqrt{\pi l_i} = \frac{pR}{t}\sqrt{\pi l_i} \leq K_{1c}$$

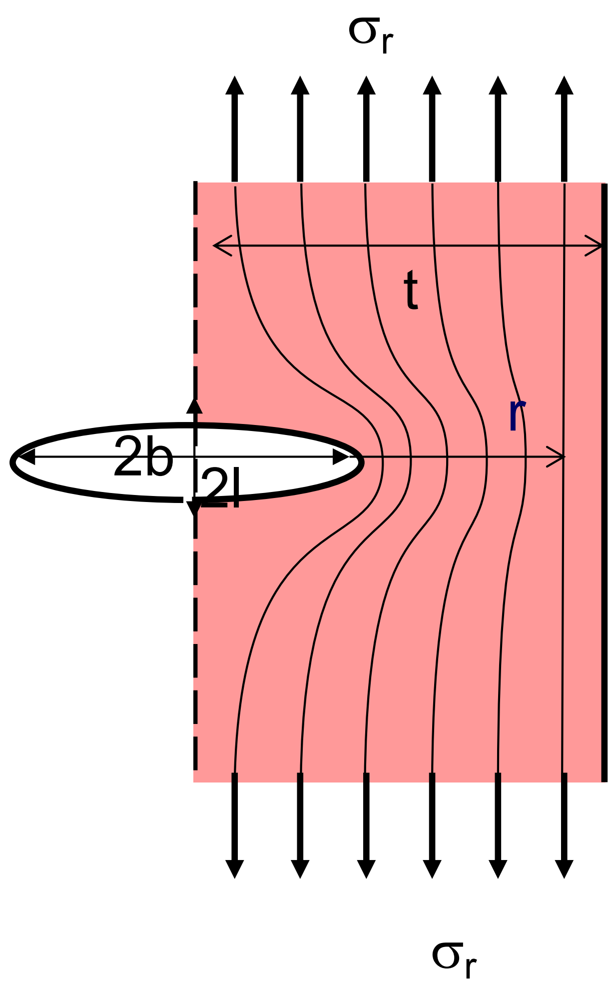


Etude de cas : réservoir sous pression

On veut que le matériau au pire plastifie, si il y a une surpression, avant propagation de fissure, donc la fissure max est telle que:

$$l_{max} \leq \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{1c}}{\sigma_y}\right)^2 \leq \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{1c}}{\sigma_r}\right)^2$$

->$M_1 = K_{1c}/\sigma_y$ le plus grand possible



Etude de cas : réservoir sous pression

On veut de plus que le réservoir ait une fuite avant de rompre, donc qu'une fissure traversant toute l'épaisseur soit stable, donc l_{max}>t

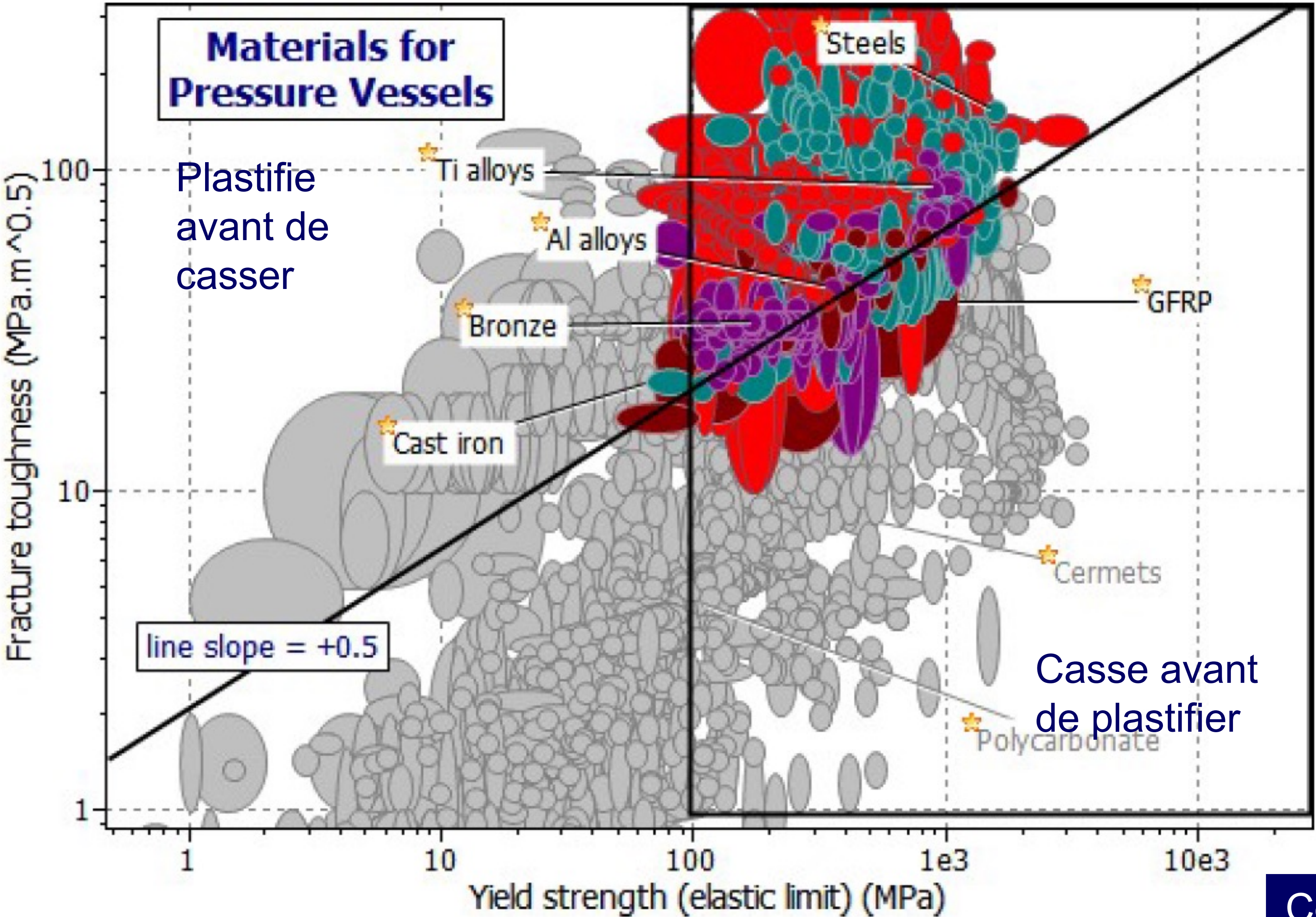
$$t \leq l_{\max} \leq \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_{1c}}{\sigma_y}\right)^2$$

On veut par ailleurs que t>pR/σ_y pour que le matériau reste élastique. Donc, au pire t est tel qu'on est à la limite d'élasticité, et t=pR/σ_y . Cela donne une limite de pression qui doit être telle que:

$$p \leq \frac{1}{\pi R}\frac{K_{1c}^2}{\sigma_y}$$

-> $M_2=(K_{1c})^2/\sigma_y$ le plus grand possible

Choix des matériaux



Etude de cas : réservoir sous pression

Si le réservoir est mobile (sur un camion, dans l'espace, etc..), on voudra en plus s'assurer que la masse du réservoir est la plus faible possible,

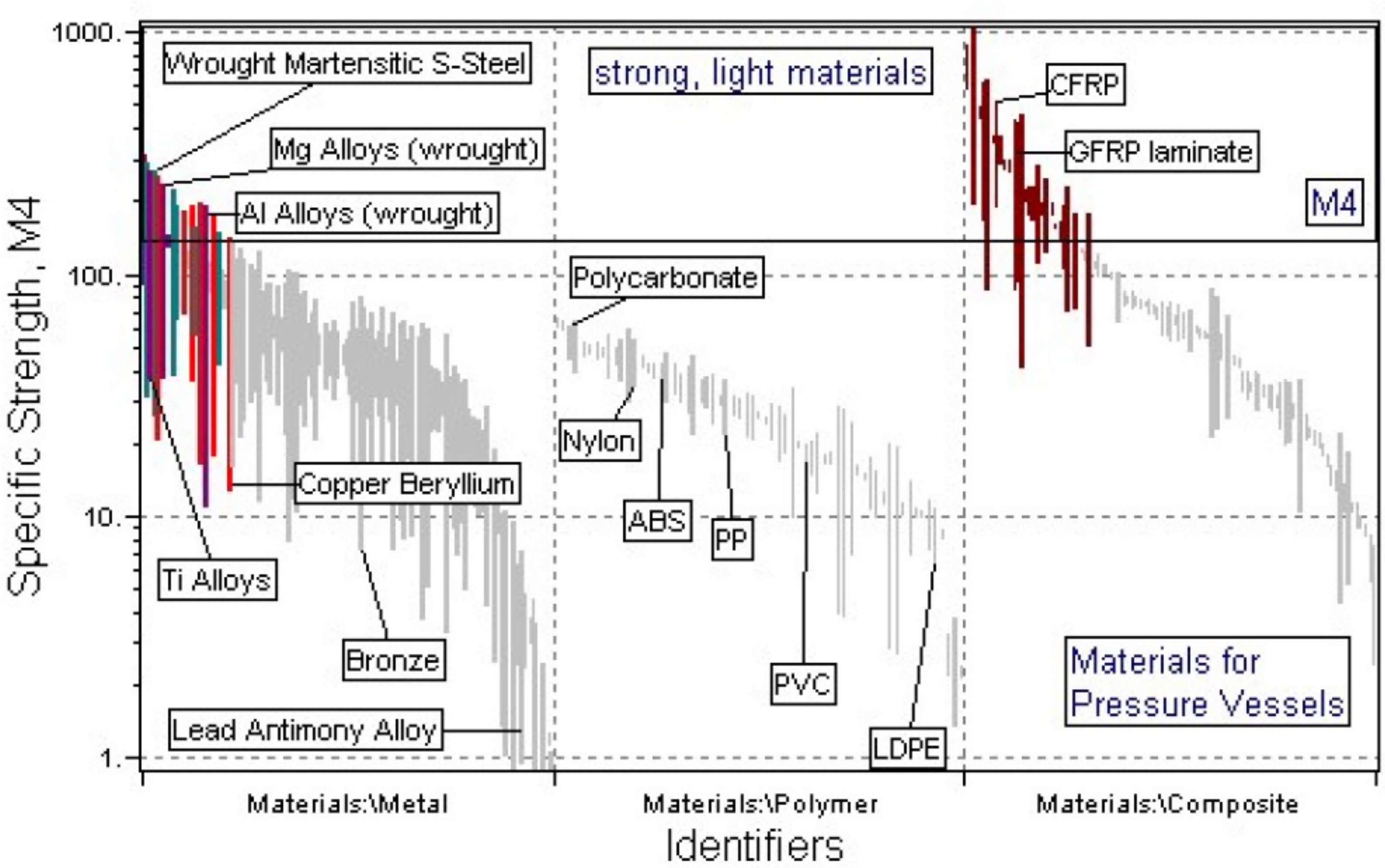
$$m = \rho V = \rho L\pi\left(\left(R+t\right)^2 - R^2\right) \cong \rho L\pi 2tR$$

Comme par ailleurs, $t>pR/\sigma_y$ on doit donc minimiser:

$$\rho L\pi 2R\frac{pR}{\sigma_y} = L2\pi R^2 p\frac{\rho}{\sigma_y}$$

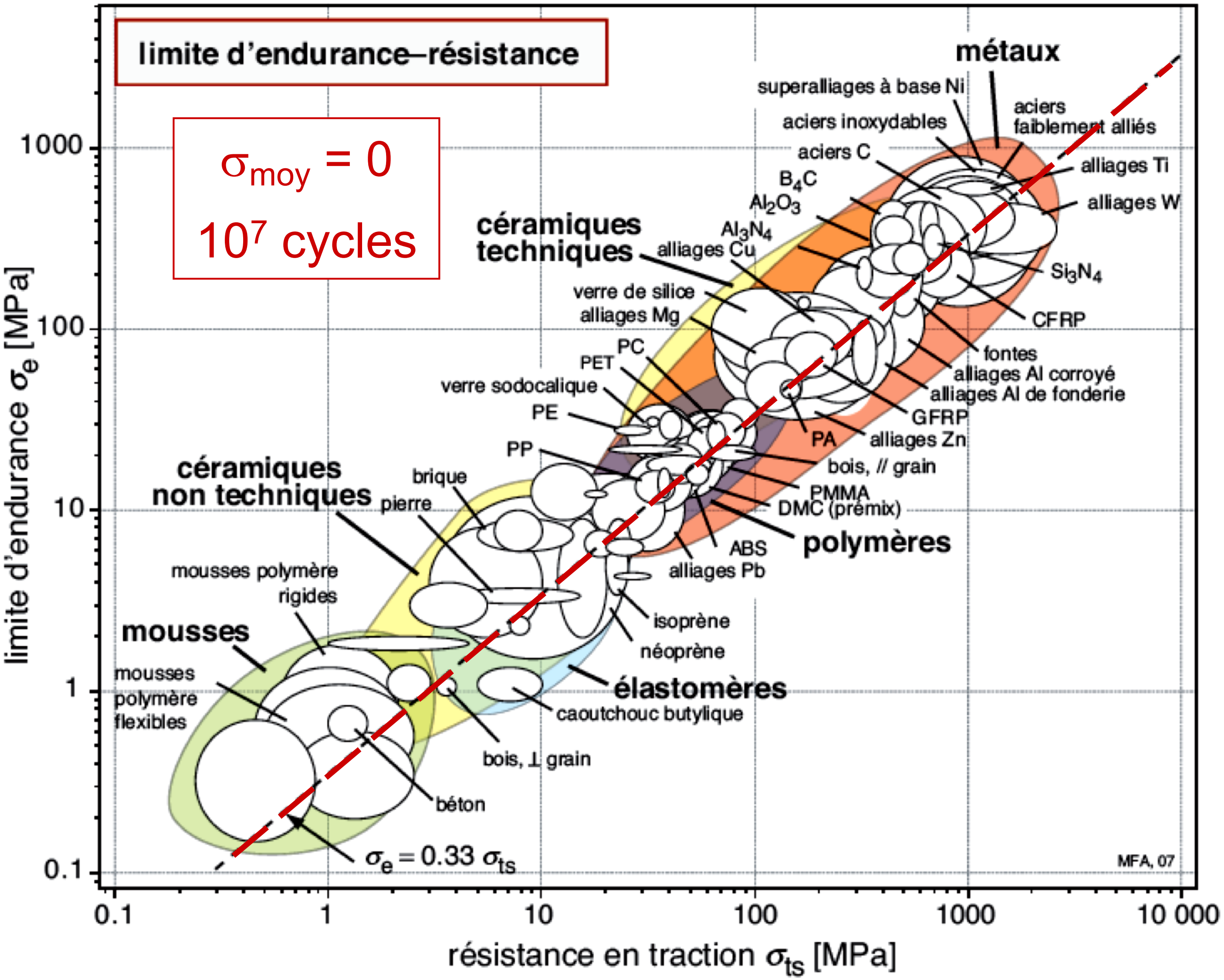
-> $M_3=\sigma_y/\rho$ le plus grand possible

Etude de cas : réservoir sous pression



Fatigue

On veut aussi que le réservoir résiste à la fatigue…



$$\sigma_e \approx \frac{1}{3}\,\sigma_m$$

métaux
polymères

Etude de cas : réservoir sous pression

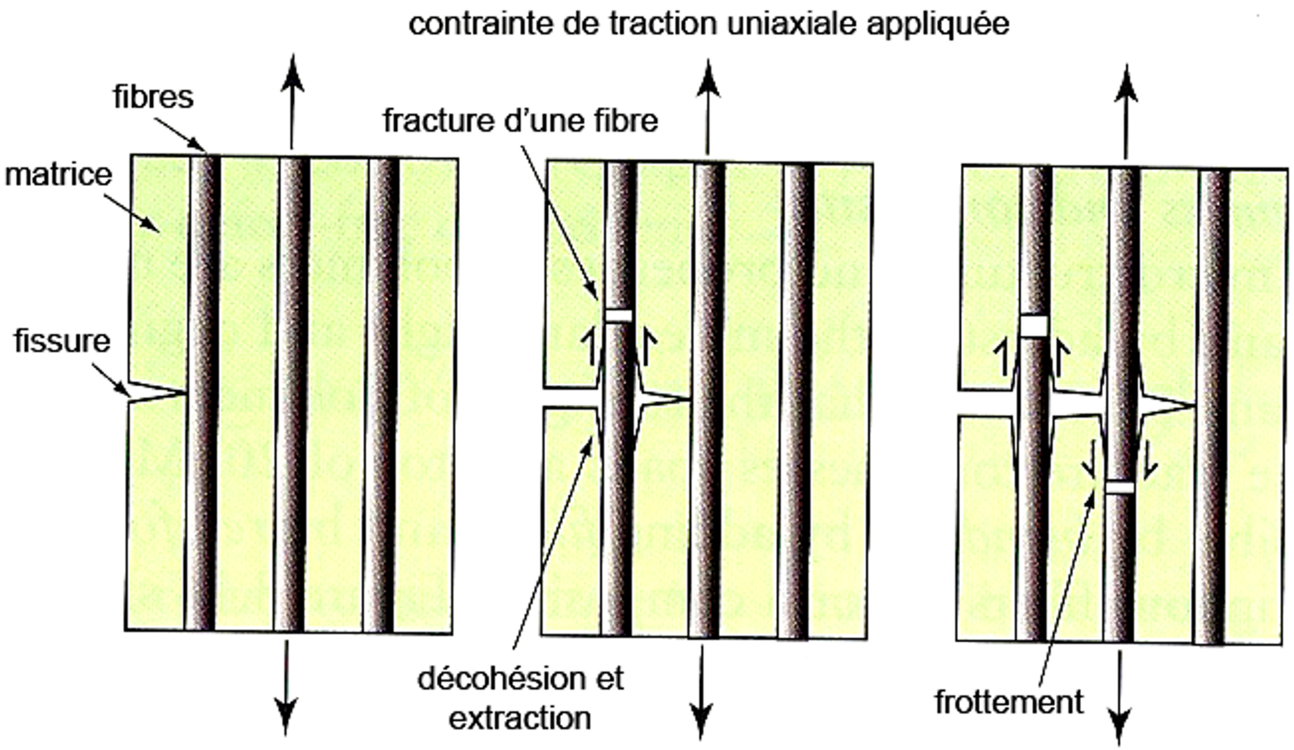
Finalement,quel matériau choisir, quelle épaisseur de paroi? Le diamètre est donné, D=1.68m, et la pression maximale est P=14 bars= 1.4 Mpa.

Choix de matériaux:
-Coin au dessus de $(K_{1c})^2/\sigma_y$ grand et σ_y assez grand, par exemple de l'acier inox: σ_y=200 MPa, et K_{1c}=100 MPa$\sqrt{}$m. On vérifie la limite d'endurance, environ 800 MPa.
-épaisseur: telle que $t>pR/\sigma_y$ et que $t<(K_{1c}/\sigma_y)^2\ 1/\pi$
On trouve 5.8mm < t < 79mm
Si on veut un facteur de sécurité, P_{max}=2P, alors t> 11.6 mm.

Il faut aussi considérer le coût, le poids, la facilité à souder, le risque de corrosion…

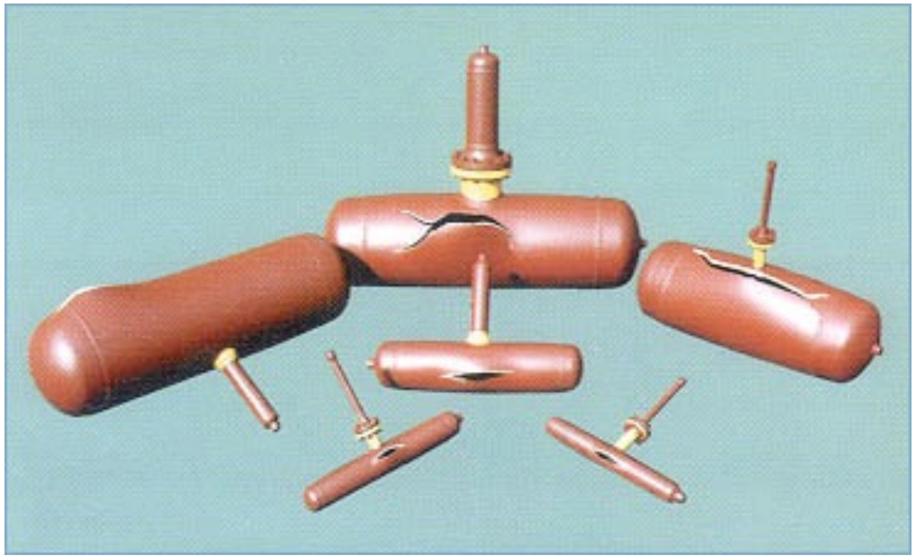
Rupture des matériaux composites

Les **matériaux composites** sont souvent utilisés dans les récipients sous pression. Ils ont des modes de rupture très spécifiques, avec des fissures qui se progagent dans la matrice, avec ensuite rupture des fibres et décohésion entre fibres et matrice.



Test des réservoirs

Les réservoirs sont testés de manière régulière, en les pressurisant à environ 1.5 fois la pression nominale, après les avoir rempli avec un liquide incompressible (eau ou huile). On met des jauges de déformation sur le réservoir pour voir si on a une déformation résiduelle (plasticité), ou bien on mesure le volume de liquide qui rentre encore pendant le test (de 30 secondes).



Spromak Ltd

LockheedMartin

Résumé

- Le choix d'un matériau et de la géométrie de la pièce (épaisseur, ..) est lié à des critères qui dépendent des conditions d'application,
- Pour un réservoir sous pression, la sécurité recommande de plastifier ou mieux avoir une fuite avant la rupture catastrophique. D'autres critères peuvent influencer (le poids, la résistance à la corrosion…).

A retenir du cours d'aujourd'hui

- *Bien connaître les définitions révisées, et savoir ce qu'est le facteur de concentration de contraintes, versus le facteur d'intensité de contraintes, versus la ténacité.*
- *Savoir manipuler les lois de Goodman et Miner pour prédire la durée de vie en fatigue si la contrainte moyenne est non nulle ou l'amplitude varie.*
- *Savoir que, si il y a une fissure dans une pièce sollicitée en fatigue, on peut calculer le nombre de cycles restant avant d'arriver à une fissure de longueur critique, en passant par la loi de Paris.*
- *Savoir manipuler ces concepts pour faire un dimensionnement simple de structure.*